Lycée secondaires 9/04/1938 Sidi bouzid	Durée 2h

Classes: 3 ème Technique Devoir de contrôle N°1

EXERCICE N°1

Soit U la suite définie sur IN par: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \end{cases}$

1- a) Calculer U_1, U_2 et U_3
 b) Vérifier que U n'est ni arithmétique ni géométrique
2- a) Montrer que pour tout $n \in IN$ $U_n \leq 3$
 b) En déduire que $U_{n+1}-U_n \geq 0$
3- Soit V la suite définie sur IN par: $V_n=U_n-3$
 a) Montrer que la suite V est géométrique déterminer sa raison et son premier terme
 b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
 c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
 d) Calculer en fonction de n: $\sum_{k=1}^{n} v_k$ puis $\sum_{k=1}^{n} u_k$

EXERCICE N°2

1- Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=x^2+x-2$
 Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$
2- Soit h la fonction définie par:$h:x \mapsto \sqrt{x^2+x-2}$
a) Déterminer le domaine de définition de h
b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} [h(x)+x]$
c) Montrer que pour x>1 on a: $\frac{h(x)-h(1)}{x-1} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+x-2}}$ déduire $\lim\limits_{x\to 1^+} \frac{h(x)-h(1)}{x-1}$

EXERCICE N°3

I° Pour $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ et $\cos 2x = \frac{\sqrt{5}}{4}$ Calculer cosx; sinx et cotgx

II° Soit $g(x)=2+\sqrt{2}(\cos 2x-\sin 2x)$
 1- Mettre sous forme de $r\cos(2x-\varphi)$ l'expression:cos2x-sin2x
 2- Montrer que $g(x)=4\cos^2(x+\frac{\pi}{3})$
 3- Calculer alors $\cos\frac{\pi}{8}$ en déduire $\sin\frac{\pi}{8}$